

PROBLEMA DI CONTROLLO

Imporre a certe **variabili** di un “processo” un comportamento desiderato

Elementi essenziali del **problema** di **controllo**

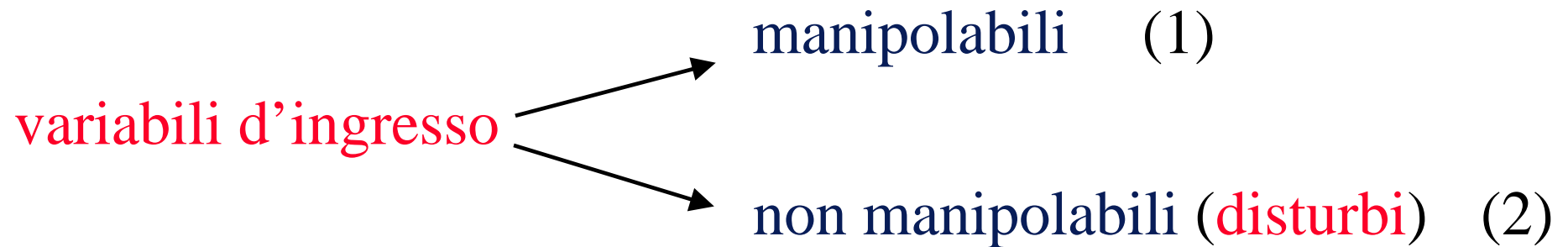
- **Processo** o sistema controllato
 - **variabili**
 - **relazioni** tra **variabili** = modello matematico
- **Comportamento desiderato**
 - **andamento desiderato** delle uscite
 - **tolleranze** ammesse
- **Criterio** di **scelta** tra le possibili **soluzioni**
 - **prestazioni**
 - **criteri di ottimo**

IL CONTROLLO AUTOMATICO

- **Controllo** : insieme delle **azioni** indirizzate a far **variare** nel modo voluto una determinata **grandezza**
- **Controllo automatico**: l'azione di controllo è svolta da **dispositivi** capaci di **sostituire** l'intervento dell'**uomo**
- **Sistemi di controllo automatico**: **dispositivi fisici** mediante i quali si **realizza** l'azione di controllo

- Un **sistema di controllo** è composto da più elementi interconnessi.
- Le **grandezze** che nel **sistema** variano nel tempo sono dette **variabili**.
- Le **funzioni** che rappresentano l'**andamento** delle **variabili** nel tempo sono dette **segnali**.
- Generalmente l'**evoluzione** di alcune **variabili** è **conseguenza** di quella di altre; abbiamo allora:

variabili di ingresso o indipendenti o cause
variabili di uscita o dipendenti o effetti

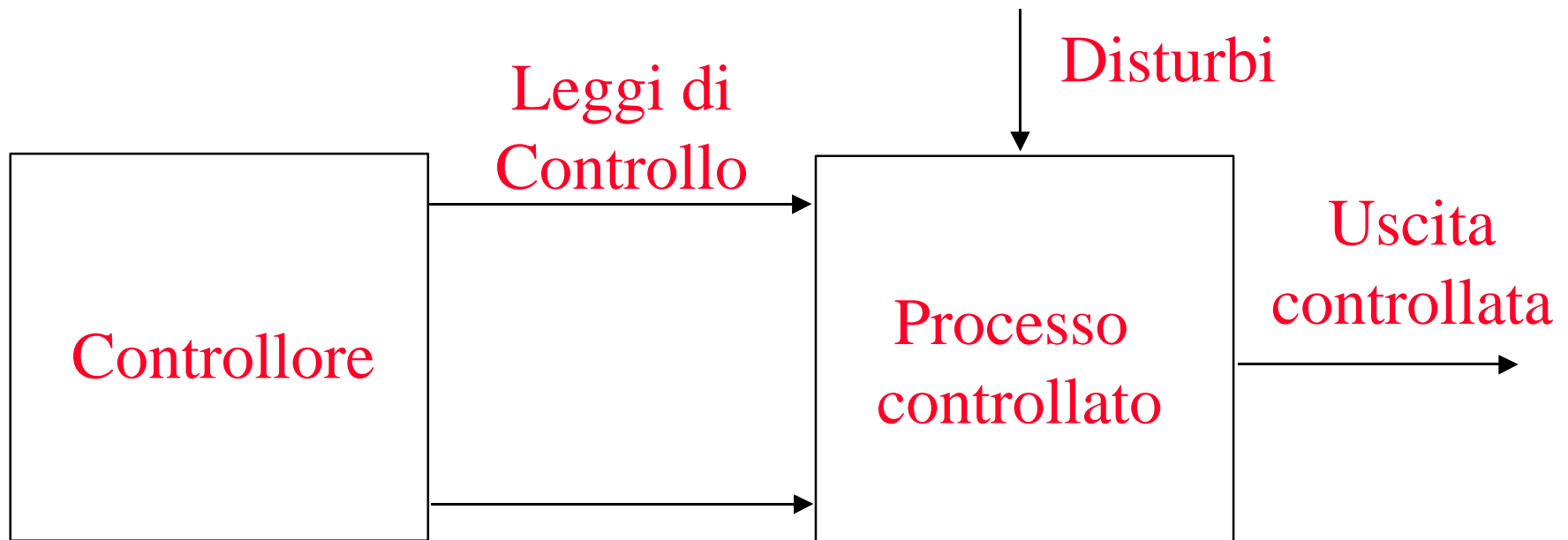


(1) Il loro andamento può essere arbitrariamente imposto

(2) Il loro andamento non può essere influenzato dal **sistema** di **controllo**

Tipiche grandezze non manipulabili: **disturbi**

- In definitiva un **sistema di controllo automatico** dovrà far sì che una **variabile d'uscita** segua **il più fedelmente possibile** l'andamento imposto da una **variabile d'ingresso (riferimento)** **nonostante la presenza di disturbi e/o di variazioni parametriche.**



- La distinzione tra **controllore** (sistema controllante) e **processo controllato** è generalmente ben fondata in termini energetici, ossia di **potenza associata** rispettivamente all'**uscita controllata** ed agli **ingressi controllanti**.
- Un **sistema di controllo** può essere convenientemente studiato come **sistema interconnesso**.

- L'intervento si realizza tramite un altro sistema:
 - ✓ la sua uscita coincide con l'ingresso del processo e deve essere tale che ad esso si possa imprimere la “legge oraria” necessaria a far assumere all'uscita controllata il valore (o la successione di valori nel tempo) desiderato.

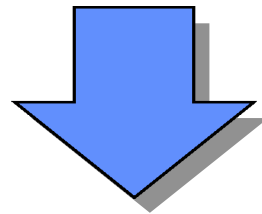
PROBLEMA DI CONTROLLO

Imporre a certe **variabili** di un “processo” un comportamento desiderato

Elementi essenziali del **problema** di **controllo**

- **Processo** o sistema controllato
 - variabili
 - relazioni tra variabili = modello matematico
- **Comportamento desiderato**
 - andamento desiderato delle uscite
 - tolleranze ammesse
- **Criterio** di **scelta** tra le possibili **soluzioni**
 - prestazioni
 - criteri di ottimo

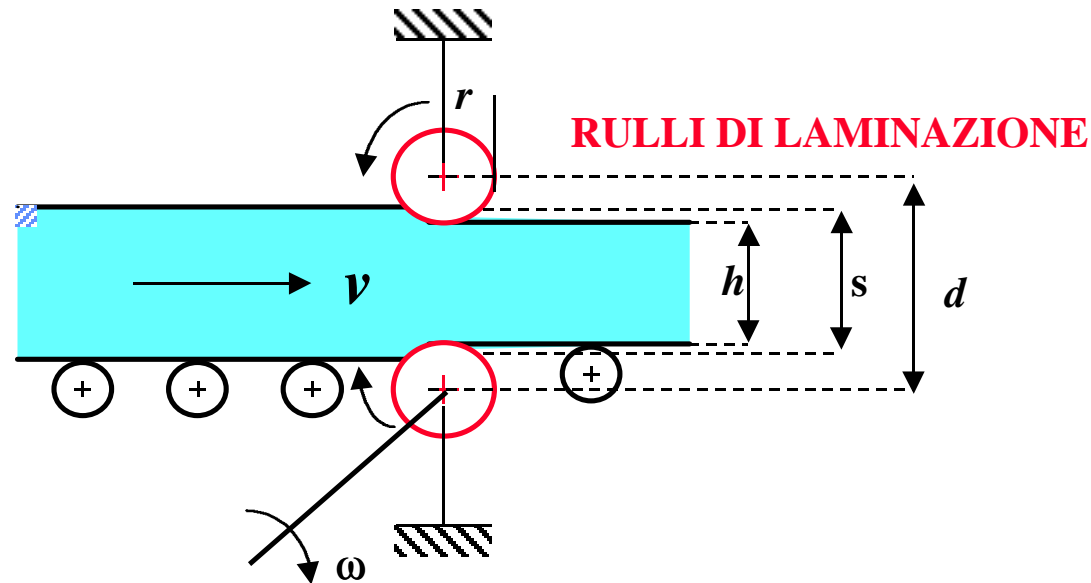
- Modello matematico : Sistema Astratto Orientato (S.A.O.).
- Grandezze controllate e grandezze controllanti devono garantire l'efficacia dell'intervento



Sistema raggiungibile e osservabile

- Non si può prescindere dalla presenza di disturbi il cui effetto deve essere eliminato o ridotto.

Esempio: laminazione



- Obiettivo : spessore prefissato
- **variabile controllata** : s (obiettivo $s = \bar{s}$)
- **variabili manipolabili** : d, v

Modello matematico del processo

Ipotesi: v non influisce su s (accettabile nella misura in cui v rimane costante $\Rightarrow \omega$ deve essere mantenuta costante)

$$s = a h \quad (\alpha \text{ è determinabile sperimentalmente })$$

$$h = d - 2 r$$

$$s = a (d - 2 r)$$

Problema di controllo : determinare l'azione da svolgere su d in modo che $s = \bar{s}$

soluzione ovvia : $d = \frac{\bar{s}}{a} + 2r$

Ma :

- **r varia** nel tempo per **usure** . Sia :

$$r = \bar{r} \quad \text{all'inizio}$$

$$r = \bar{r} - e \quad \text{al momento della sostituzione}$$

Scelta ragionevole $r_n = \bar{r} - \frac{\varepsilon}{2}$ (raggio medio) :

- **α dipende** dalle **caratteristiche** del materiale del lingotto (**temperatura, composizione chimica, trattamenti precedenti**)

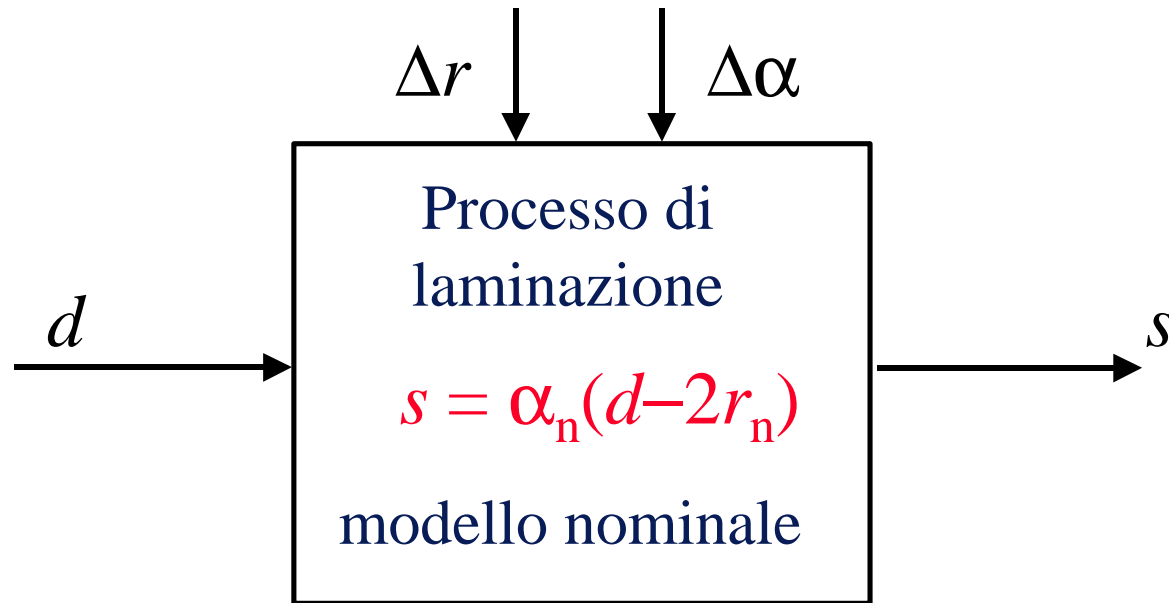
$$\alpha = \alpha_n \quad \text{in dipendenza. delle } \mathbf{propriet\grave{a} statistiche} \text{ della partita}$$

Modello "medio"

$$s = a_n(d - 2r_n) \quad \text{modello nominale}$$

α_n, r_n valori nominali dei parametri

- È una descrizione approssimata del comportamento del processo, ossia contiene un certo livello di incertezza .
- incertezza \Leftrightarrow disturbi ignoti istante per istante
- Informazione "a priori" sui disturbi:
$$\Delta r \in \left[-\frac{\varepsilon}{2}, \frac{\varepsilon}{2}\right]$$
$$\Delta \alpha \in R_\alpha$$



$$d = \frac{\bar{s}}{a_n} + 2r_n \quad \text{ignora i disturbi e comporta errore su } s$$

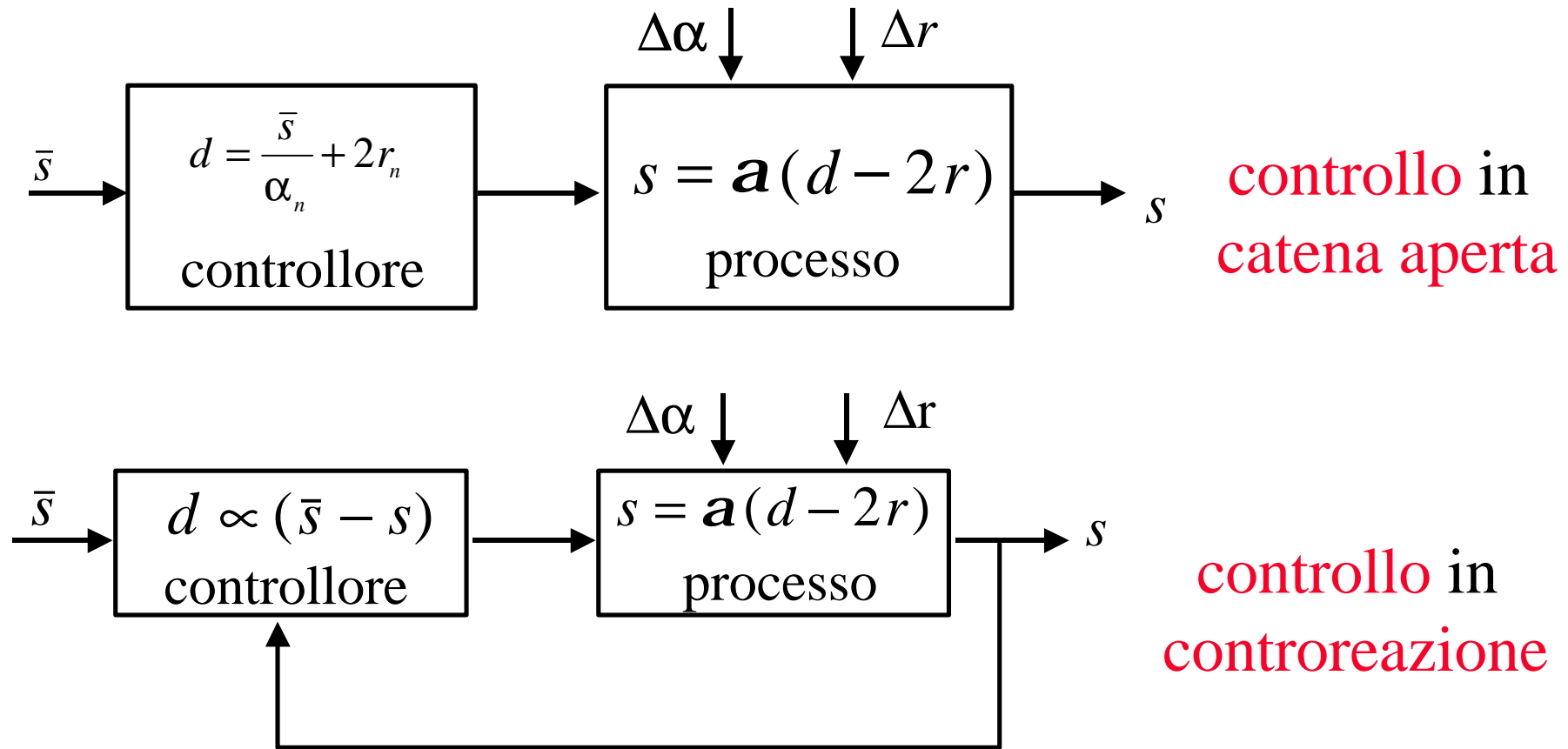
Ponendo: $\Delta r = r - r_n$ $\Delta \alpha = \alpha - \alpha_n$, si ha:

$$s = ah = a(d - 2r) = (a_n + \Delta a) \left[\frac{\bar{s}}{a_n} + 2r_n - 2(r_n + \Delta r) \right] =$$

$$= \bar{s} - 2\alpha_n \Delta r + \frac{\bar{s}}{\alpha_n} \Delta \alpha - 2\Delta \alpha \Delta r$$

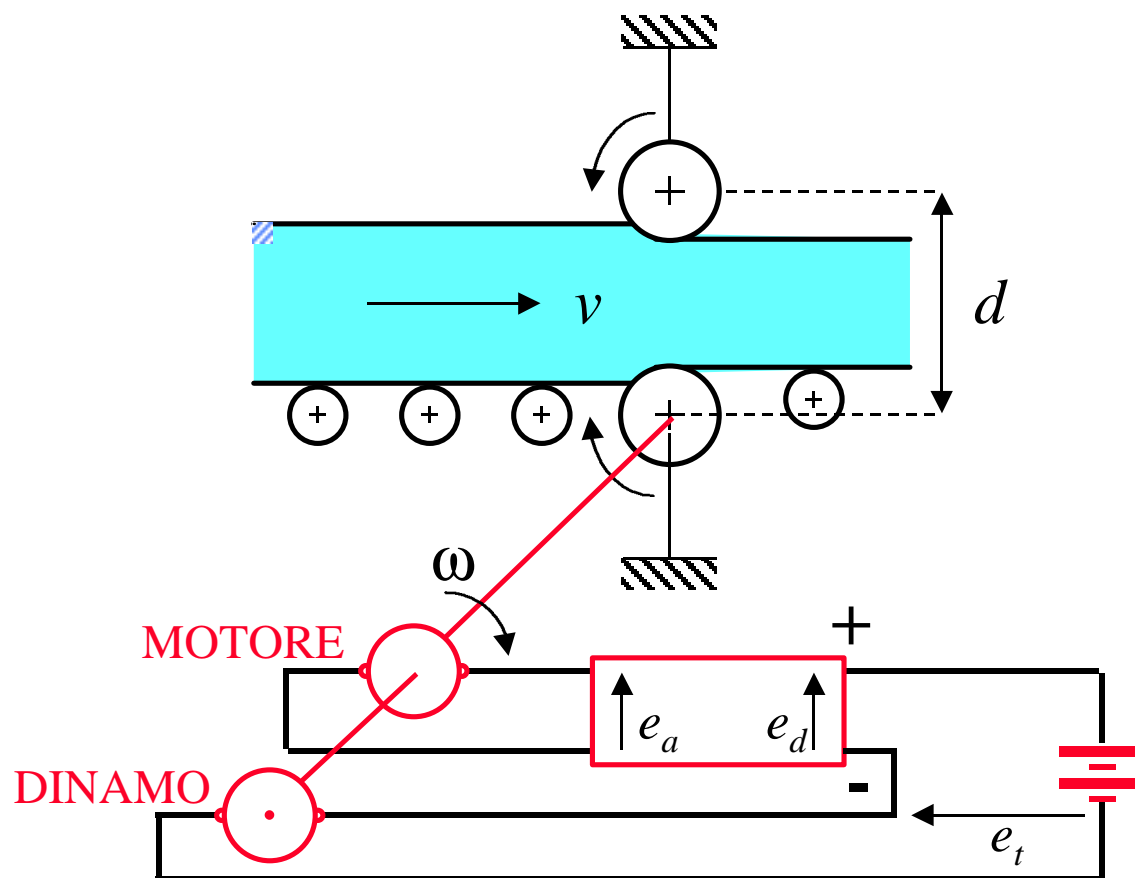
- Per contrastare l'effetto dei **disturbi** occorre **mutare strategia di controllo**.
- Conviene
 - ✓ misurare s
 - ✓ valutare $\bar{s} - s \equiv \Delta s$
 - ✓ usare il valore attuale di Δs per aggiornare d :

$$d \propto (\bar{s} - s) \quad ; \quad d \propto \operatorname{sgn}(\bar{s} - s)$$



- lo schema a **controeazione** permette di padroneggiare l'**incertezza**
- si è considerato **solo** un **requisito statico**: occorre considerare anche **requisiti dinamici**.

Esempio: controllo della velocità della gabbia di un laminatoio



Obiettivo : $\omega = \bar{\omega}$ costante prefissata .

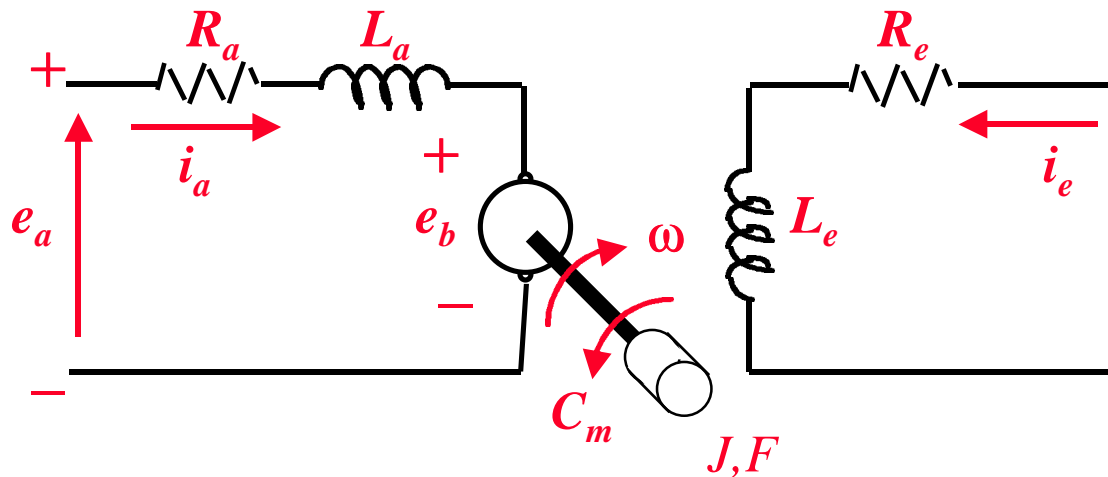
ω : variabile controllata

e_a : variabile manipolabile

Nota : Il processo è il motore comprensivo del carico meccanico costituito dal lingotto che impegna la gabbia. La brusca variazione di carico che si ha quando il lingotto comincia a impegnare i rulli può essere rappresentata come un disturbo.

MODELLO MATEMATICO

Dinamo	:	$e_t = k_t \omega$
Riferimento	:	$E_0 = k_t \bar{\omega}$
Confronto	:	$e_d = k_t (\bar{\omega} - \omega)$
Motore	:	



- Avvolgimento di campo (**statore**) connesso a **sorgente** di alimentazione a **tensione costante** $\Rightarrow i_e = \text{costante} \Rightarrow \Phi_e = \text{costante}$.
- Avvolgimento di armatura (**rotore**) connesso a **sorgente** a **tensione variabile** \equiv tensione di comando di ω .

$$e_b(t) = k'_m \omega(t)$$

$$e_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e_b(t)$$

- Coppia motrice disponibile sul rotore (sull'albero) = C_m

$$C_m(t) = k_m i_a(t)$$

$$C_m(t) = C_d(t) + J \frac{d\omega(t)}{dt} + F\omega(t) \quad (k_m = k'_m)$$

J = momento d'inerzia rotore e rulli

F = coefficiente di attrito viscoso

Il motore è un **sistema interconnesso**. Posto:

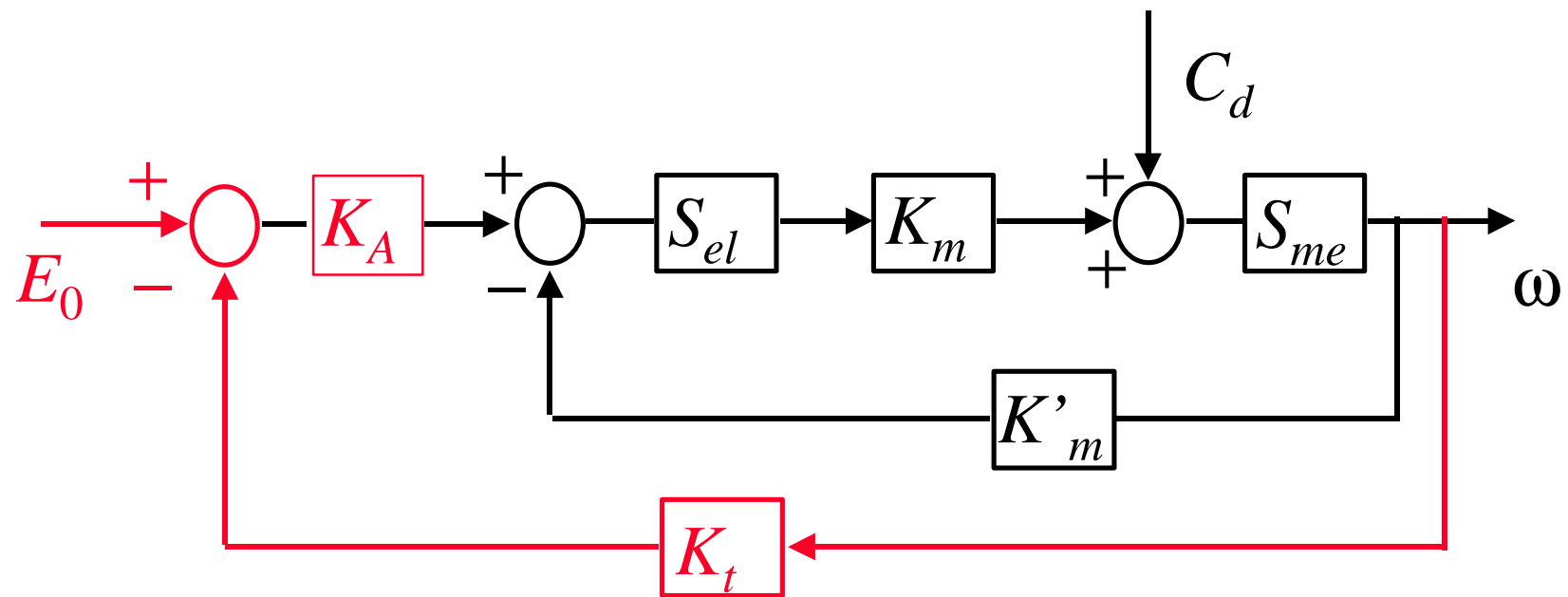
$$i_a(t) = x_1(t) \quad , \quad \omega(t) = x_2(t) \quad \text{si ha :}$$

$$\dot{x}_1(t) = \frac{R_a}{L_a} x_1(t) + \frac{1}{L_a} [e_a(t) - e_b(t)] \quad (\text{ sistema elettrico })$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{F}{J} x_2(t) - [C_m i_a(t) - T_L(t)] \quad (\text{ sistema meccanico })$$

$$C_m = K_m$$

$$e_m = e_a - e_b = e_a - K'_m \omega \quad (\text{ interconnessioni })$$



L'intero **sistema** di **controllo** è un **sistema interconnesso**

PRESTAZIONI STATICHE

Ipotesi :

- disturbo di valore costante
- grandezza controllata a valore costante

Esiste una situazione di equilibrio, esiste una risposta di regime permanente sotto stimoli costanti.

$$\frac{di_a(t)}{dt} = 0 \Rightarrow R_a \tilde{i}_a = e_m \quad \frac{d\omega(t)}{dt} = 0 \Rightarrow F\tilde{\omega} = K_m \tilde{i}_a - C_d$$

$$e_m = K_A e_d - K_m' \tilde{\omega} ; \quad \tilde{i}_a = \frac{F\tilde{\omega} + C_d}{K_m} ;$$

$$\tilde{\omega} = \frac{K_A K_m \bar{\omega} - (R_a / K_m) C_d}{(R_a F / K_m) + K_A K_t + K_m'}$$

- K_A è il **parametro** a disposizione del **progettista**
- È **parametro** di un dispositivo in **catena diretta**
- Può essere **grande** a piacere, compatibilmente con le prestazioni dinamiche, **ma finito**.

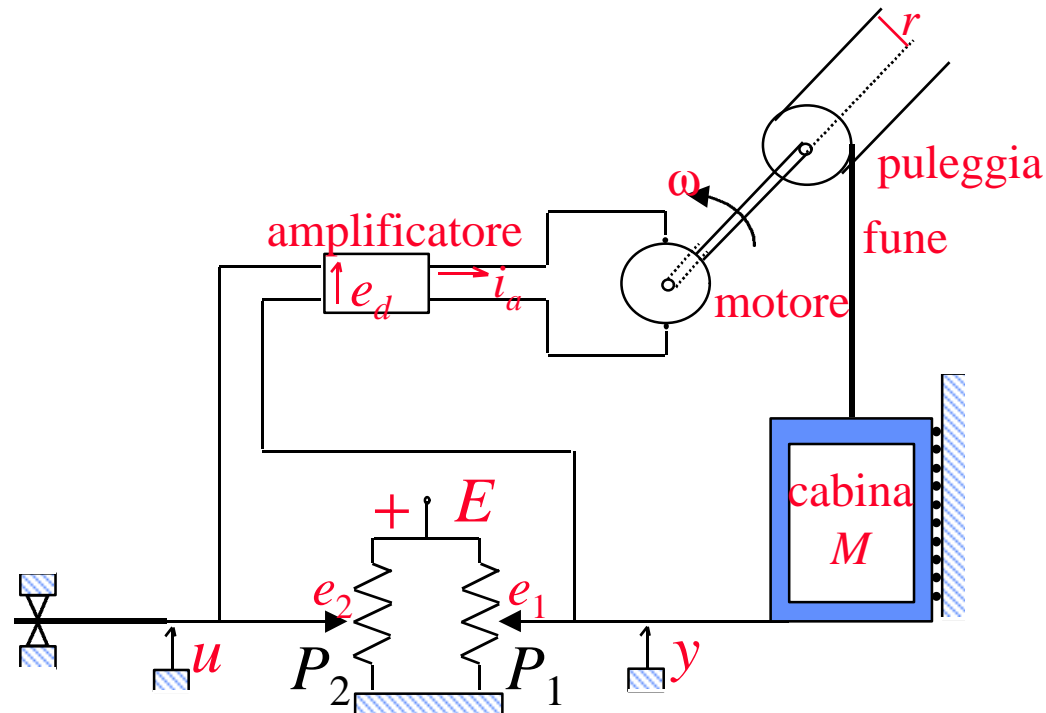
VARIAZIONI PARAMETRICHE

- **Derive** affidabilità dei componenti
- **Scostamenti dai valori nominali** classe dei componenti e dei dispositivi
- **Ignoranza sul processo** complessità del processo, sua intrinseca incertezza

Approcci al problema delle **variazioni parametriche**

- **Sensibilità**
- **Robustezza**

Esempio : controllo della quota di un montacarichi



Ipotesi:

- separazione tra amplificatore e potenziometri
- fune inestensibile

- Obiettivo : $y = \bar{u}$, quota prestabilita.
- y : variabile controllata , i_a : variabile manipolabile.
- M è soggetta a variazioni ignote ai fini del controllo.

Modello matematico

- Potenzimetri: $e_1 = \left(\frac{E}{R_1} \rho_1 \right) y$ $e_2 = \left(\frac{E}{R_2} \rho_2 \right) y$
- Confronto : $e_d = e_2 - e_1$
- Amplificatore : $i_a = K_a e_d$
- Motore : motore in **corrente continua**, **eccitazione indipendente**, **comandato in corrente** sull'armatura.

$$C_m = K_m i_a$$

Equilibrio dinamico della cabina :

a) $C_m = C_r$

$C_r = r(M\ddot{y} + F\dot{y} + Mg)$

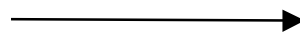
M : massa della cabina

F : coefficiente di attrito viscoso

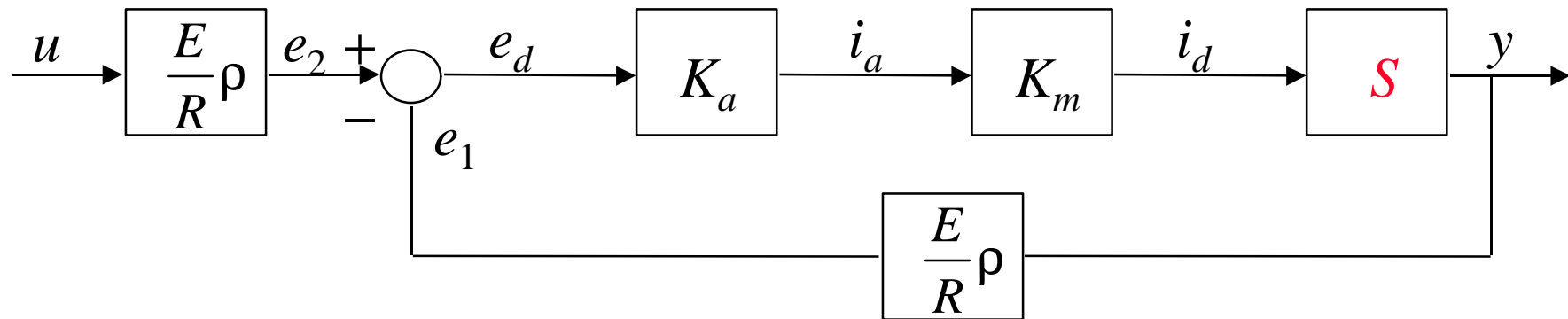
g : accelerazione di gravità

sull'albero motore:
coppie

b) $\frac{C_m}{r} = \frac{C_r}{r}$



sulla gola della puleggia:
forze



$$S : \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{F}{m} x_2 - g + \frac{K_m}{r \cdot M} i_a \\ y = x_1 \end{cases}$$

Prestazioni statiche

- **Ipotesi** : condizioni di **equilibrio** $\left\{ \begin{array}{l} \frac{dy}{dt} = \dot{x}_1 = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} = \dot{x}_2 = 0 \end{array} \right.$

$$C_r = r \cdot Mg$$

$$C_m = K_m i_a = K_m K_a e_d = K_m K_a \frac{E}{R} \rho \cdot (\bar{u} - \tilde{y})$$

$$\tilde{y} = \bar{u} - \frac{r \cdot Mg}{K_m K_a} \cdot \frac{R}{E \rho}$$

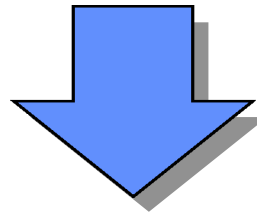
- K_a è il **parametro** a disposizione del **progettista**
 - ✓ è **parametro** di un dispositivo in **catena diretta**
 - ✓ può essere **grande a piacere** , **compatibilmente** con le **prestazioni dinamiche**.

SISTEMI DI CONTROLLO A CONTROREAZIONE O A CATENA CHIUSA

- Effetti dei **disturbi**
- Effetti di **variazioni** dei **parametri** della **catena diretta**

possono essere resi **piccoli a piacere (!)** scegliendo opportunamente **parametri** dei **sottosistemi** in **catena diretta**

- Ambedue le proprietà dipendono dalle modalità di funzionamento dei sistemi di controllo a controreazione, cioè dal fatto che, qualunque ne sia la causa, viene utilizzato ai fini del controllo lo scostamento del valore effettivo dell'uscita dal valore desiderato



- La grandezza controllata deve essere accessibile alla misura
- La precisione di tale misura stabilisce il limite massimo di precisione dell'intero sistema di controllo \Rightarrow sono sempre preferibili misure dirette della grandezza controllata.

Il principio della **controreazione** sfrutta ai fini del **controllo** l'informazione sul comportamento attuale del **processo**:

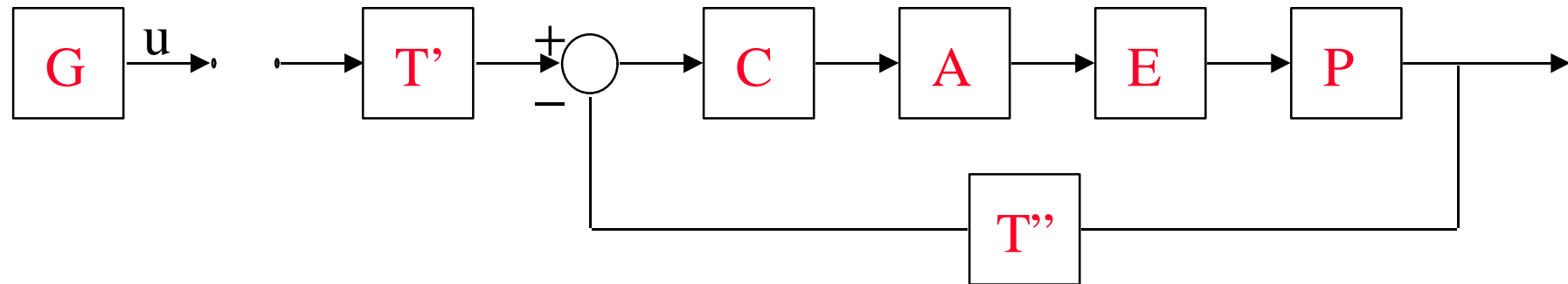
- ✓ misura la **grandezza controllata**
- ✓ confronta con il **valore desiderato**
- ✓ elabora lo scarto per produrre la **grandezza controllante**.

Padroneggia così l'**incertezza** sul reale comportamento del **processo**

COMPONENTI FONDAMENTALI DEI SISTEMI DI CONTROLLO A CONTROREAZIONE

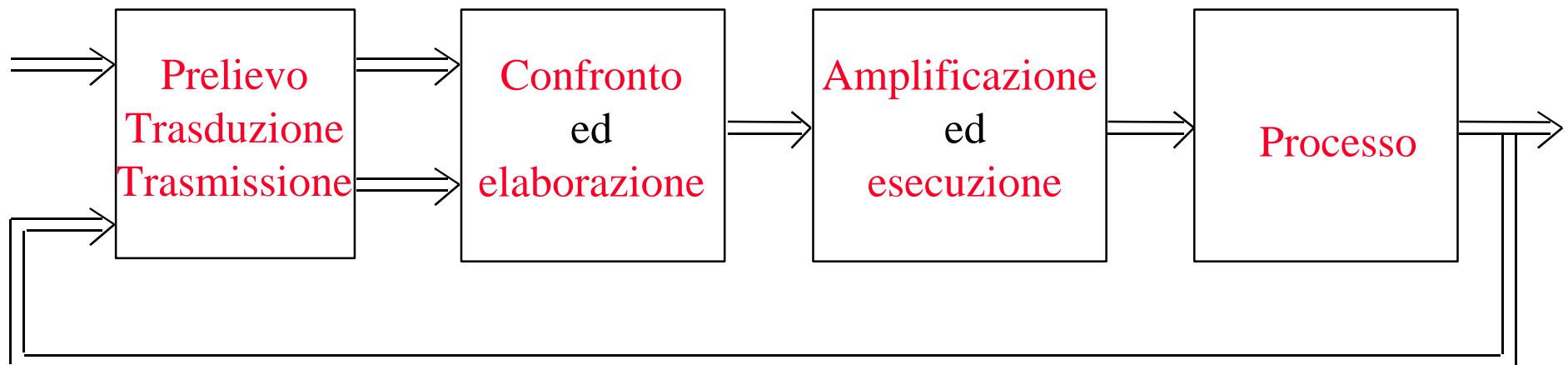
- Trasduttori
- Amplificatori
- Attuatori od esecutori
- Linee di trasmissione
- Generatori di riferimento

- Lo schema generale di un **sistema di controllo a controreazione** è , nel caso di **un ingresso ed un'uscita**, il seguente:

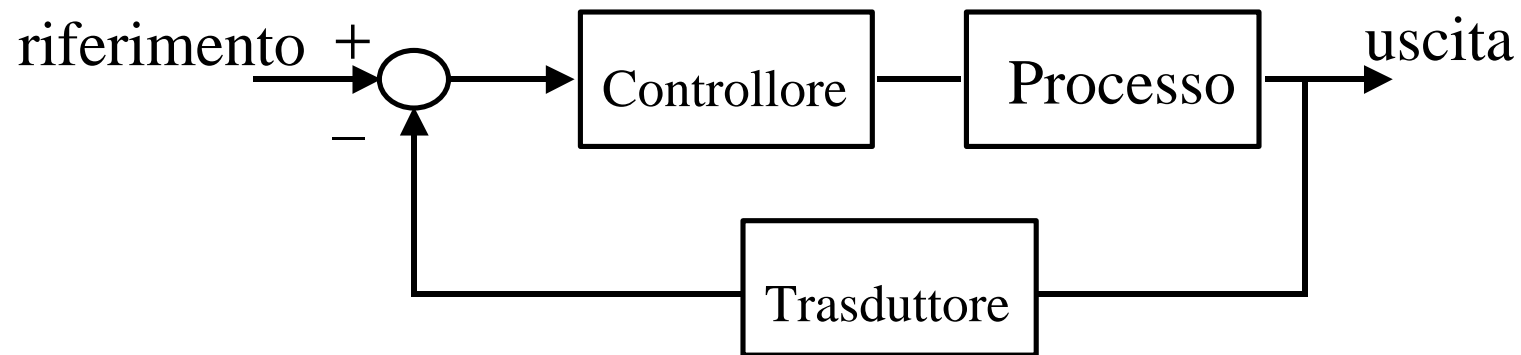


- **G** : generazione del riferimento
 - **T'** e **T''** : trasduzione
 - **C** : correzione
 - **A** : amplificazione
 - **E** : esecuzione
 - **P** : processo
- L'uscita dell'organo di confronto viene usualmente denominata **grandezza agente**

- Lo schema precedente può essere **generalizzato** al caso in cui le **grandezze controllate** siano **più di una** nel seguente modo, che tiene conto delle **affinità funzionali** fra alcuni organi.



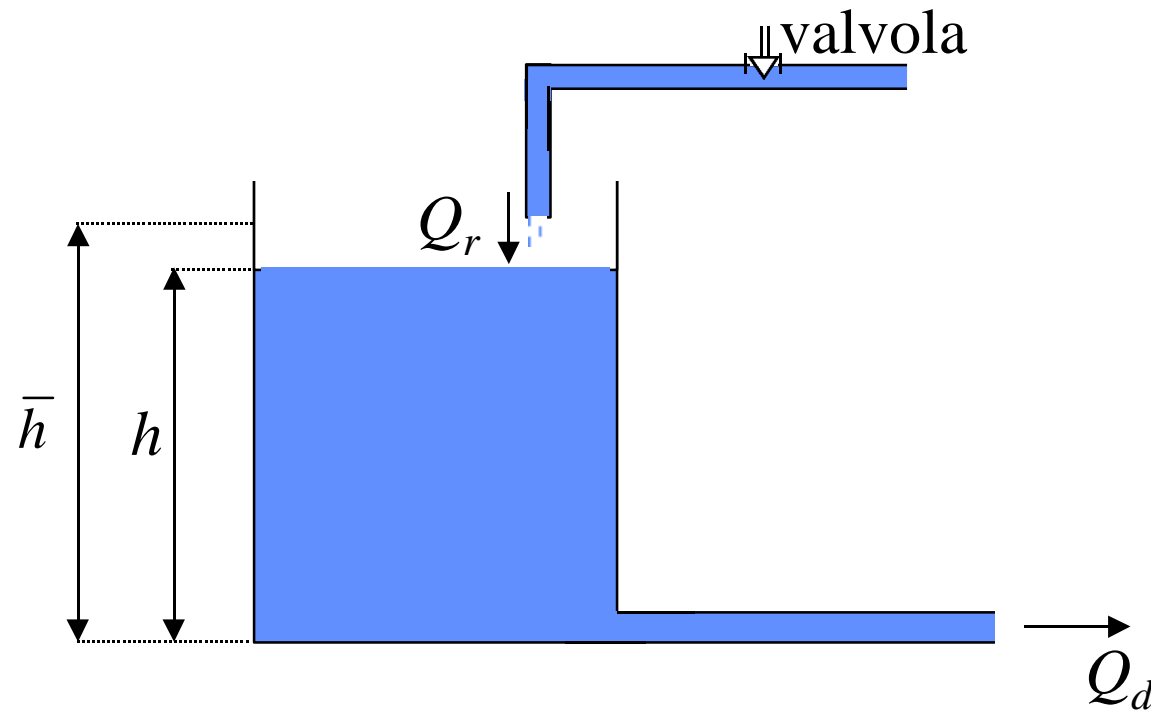
- In generale **referimento** ed **uscita controllata** sono grandezze fisiche **non omogenee**: occorre allora **trasdurre** l'**uscita** in una **grandezza fisica** confrontabile con l'**ingresso**.
- La **catena di retroazione** contiene un organo di **trasduzione** il cui compito è quello di rendere l'**uscita** confrontabile con l'**ingresso**.
- Generalmente il **trasduttore** è caratterizzato da un blocco **istantaneo**: la sua **funzione di trasferimento** è **costante**.



SISTEMI DI CONTROLLO

- A **controreazione** un ingresso - un'uscita
- Con schemi di **controllo** diversi
- Con problemi di **controllo** più complessi

Esempio: impianto idraulico di piccola potenzialità



Obiettivo : rifornire d'acqua gli utenti per tutta la giornata (serbatoio mai vuoto) ed in modo regolare (livello costante nel serbatoio : $h = \bar{h}$).

Soluzione a compensazione diretta o in catena aperta

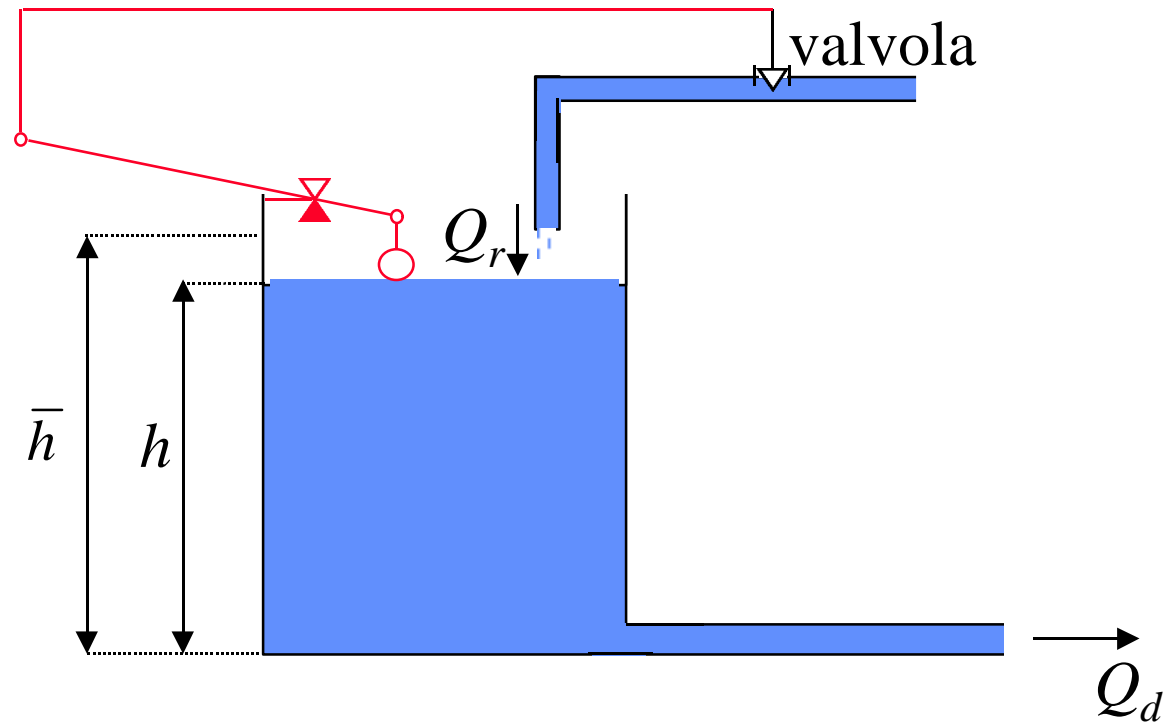
a = apertura valvola

$$Q_r = K_v a$$

$a = a_0$: valore determinato in base
alla statistica dell'utenza

$$K_v a_0 = \hat{Q}_r = \hat{Q}_d$$

Soluzione in controreazione o a catena chiusa



- **Processo** : $S \frac{dh}{dt} = Q_r - Q_d$
- **Valvola** : $Q_r = K_v a$
- **Leva** : $Q = Q_0 + K_l (\bar{h} - h) = Q_0 + K_l \Delta h$

All'equilibrio (**prestazioni statiche**) :

$$h = \tilde{h} = \text{cost.} \neq \bar{h} \Rightarrow \left. \frac{dh}{dt} \right|_{\tilde{h}} = 0 \Rightarrow \frac{\tilde{Q}_r - \tilde{Q}_d}{S} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tilde{Q}_r = \tilde{Q}_d \quad . \text{ Poiché : } \tilde{Q}_r = K_v \tilde{a} = K_v a_0 + K_v K_l (\bar{h} - \tilde{h}) \Rightarrow$$

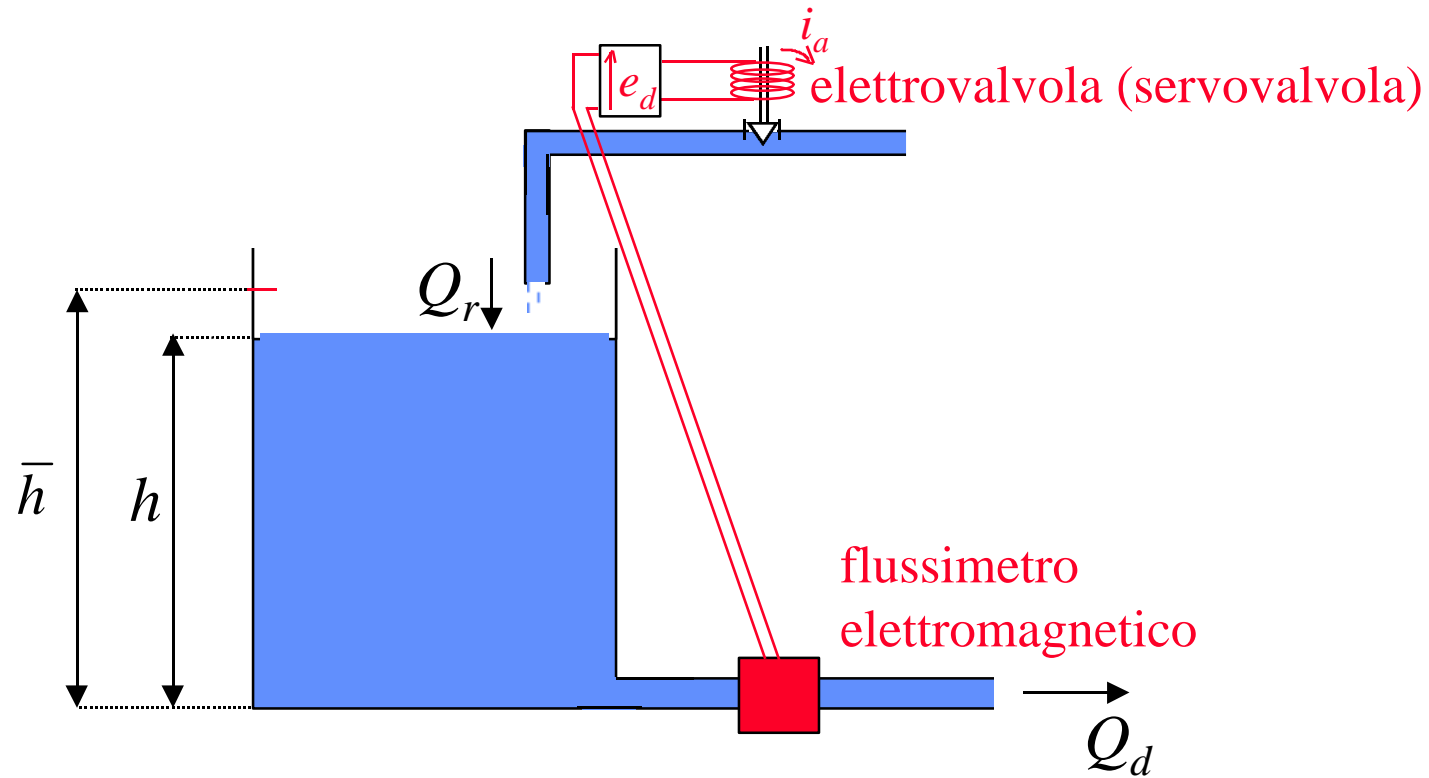
$$\Rightarrow \tilde{h} = -\frac{\tilde{Q}_d}{K_v K_l} + \frac{a_0}{K_l} + \bar{h} \quad . \text{ Sia : } \tilde{Q}_d = \hat{Q}_d + \Delta Q_d \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tilde{h} = \frac{a_0}{K_l} + \bar{h} - \frac{\hat{Q}_d}{K_v K_l} - \frac{\Delta Q_d}{K_v K_l}$$

$$\text{Sia : } a_0, \bar{h} : h = \bar{h} \text{ per } Q_d = \hat{Q}_d \Rightarrow \boxed{\tilde{h} = \bar{h} - \frac{\Delta Q_d}{K_v K_l}}$$

K_v , K_l a disposizione del progettista.

Soluzione a compensazione diretta o a catena aperta



$$e_d = K_f Q_d$$

$$i_a = K_a e_d$$

$$a = K_s i_a$$

$$Q_r = K_v a = K_v K_s K_a K_f Q_d = Q_d$$

dimensionamento
componenti

Compensazione completa ed istantanea
del **disturbo**, ma **solo** di **quel disturbo**.

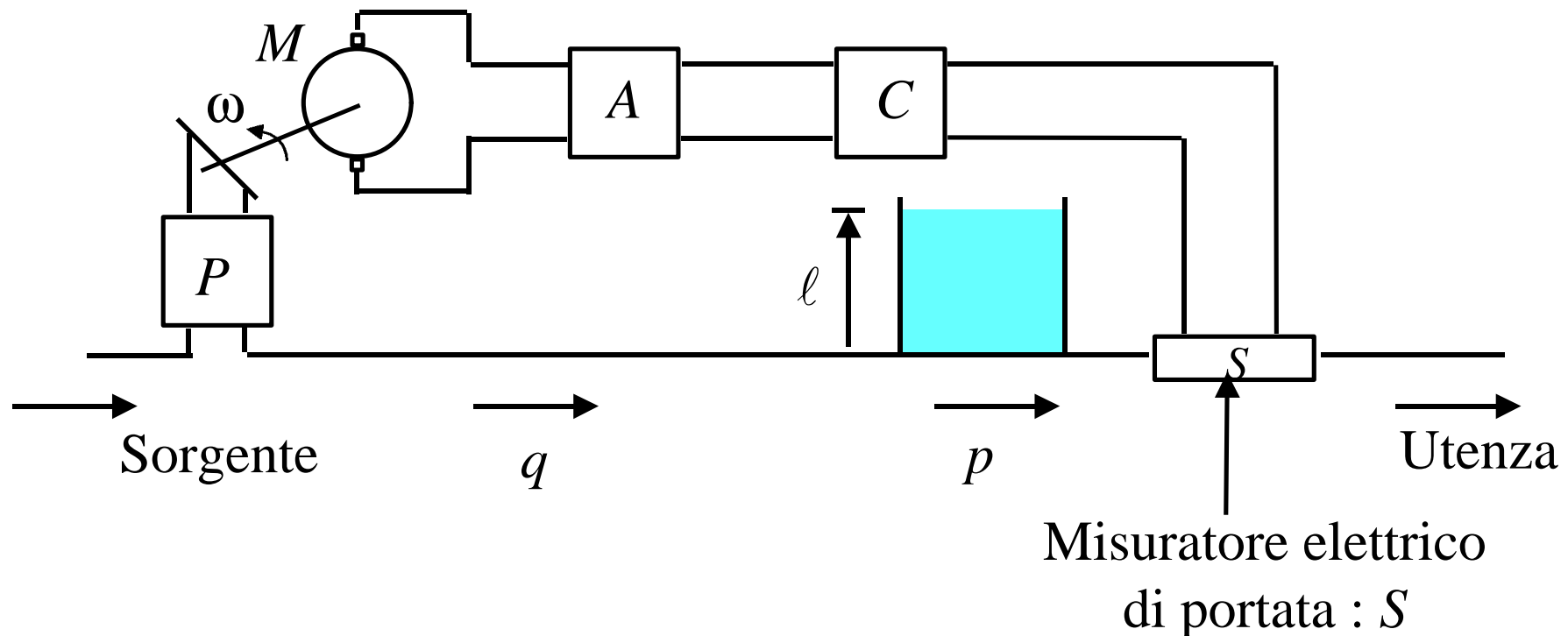
Portata pluviale : ΔQ_p

- a **controreazione** :
$$h = \bar{h} + \frac{\Delta Q_p}{K_l K_v}$$
- a **compensazione diretta** :
$$h = \bar{h} + \frac{1}{S} \int_0^t \Delta Q_p dt$$

CONTROLLO A COMPENSAZIONE DIRETTA O A CATENA APERTA

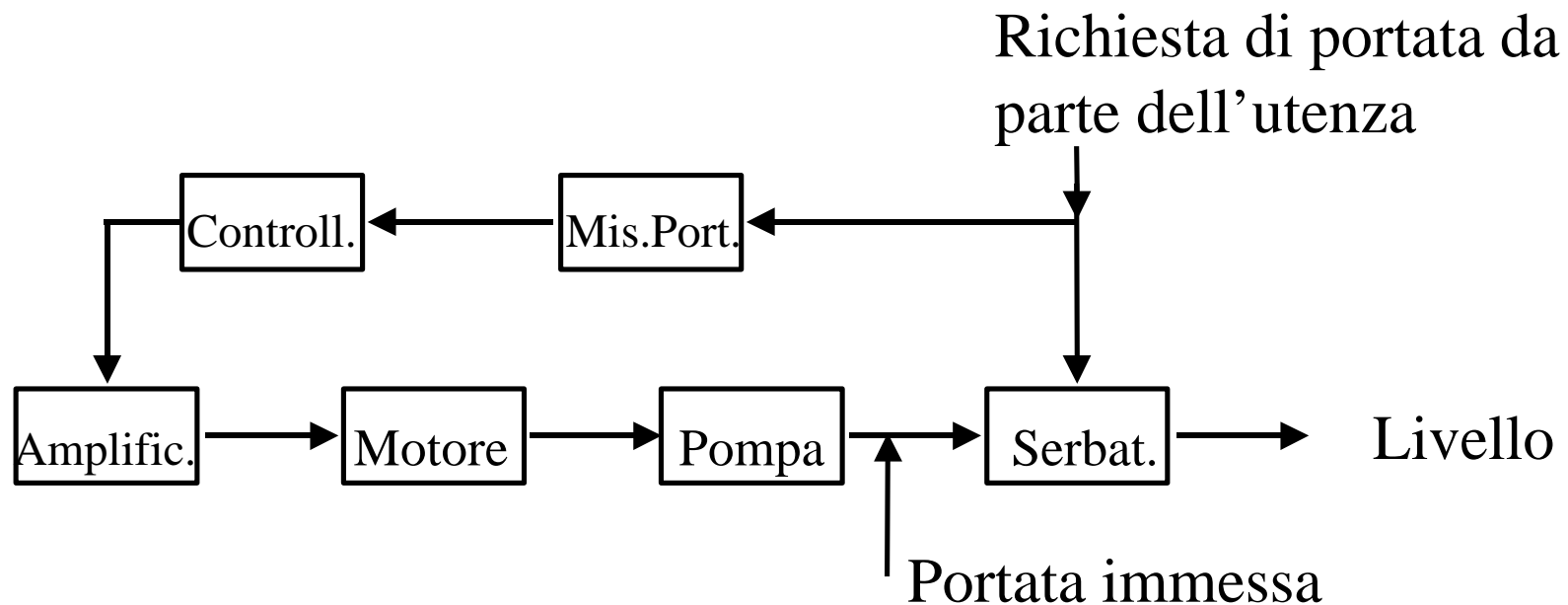
- Si basa sulla possibilità (quando esiste) di intervenire sulla causa che provoca l'errore cercando di rimuoverla.

Esempio

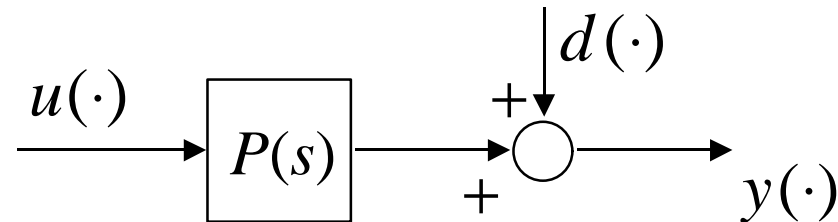


- S misura p e comunica p a C (**controllore**) il quale, attraverso il motore (M) e la pompa (P), **impone** una portata q uguale a quella **misurata** p .
- Il **principio** è quindi quello di **misurare** la causa d'errore nella **grandezza controllata** (il livello) e di **compensare** tali cause.
- L' **azione** di **controllo** viene svolta lungo **due vie parallele** che non si chiudono su se stesse ma confluiscono sul **processo** formando delle **catene aperte**.

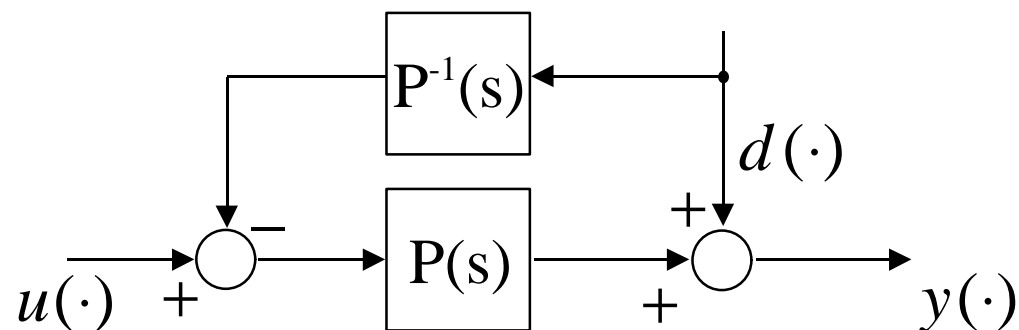
- Ovvero, il **controllore** (nel caso in esame **regolatore**) opera utilizzando **informazioni** che provengono dal **processo**, relative a **variabili diverse** dalla **variabile controllata**.



CONTROLLO A COMPENSAZIONE DIRETTA O A CATENA APERTA



- **Obiettivo** : a parità di $u(\cdot)$ l'**uscita** rimanga **invariata** sia in assenza che in presenza di $d(\cdot)$.
- **Soluzione** : sotto l'ipotesi di **linearità**

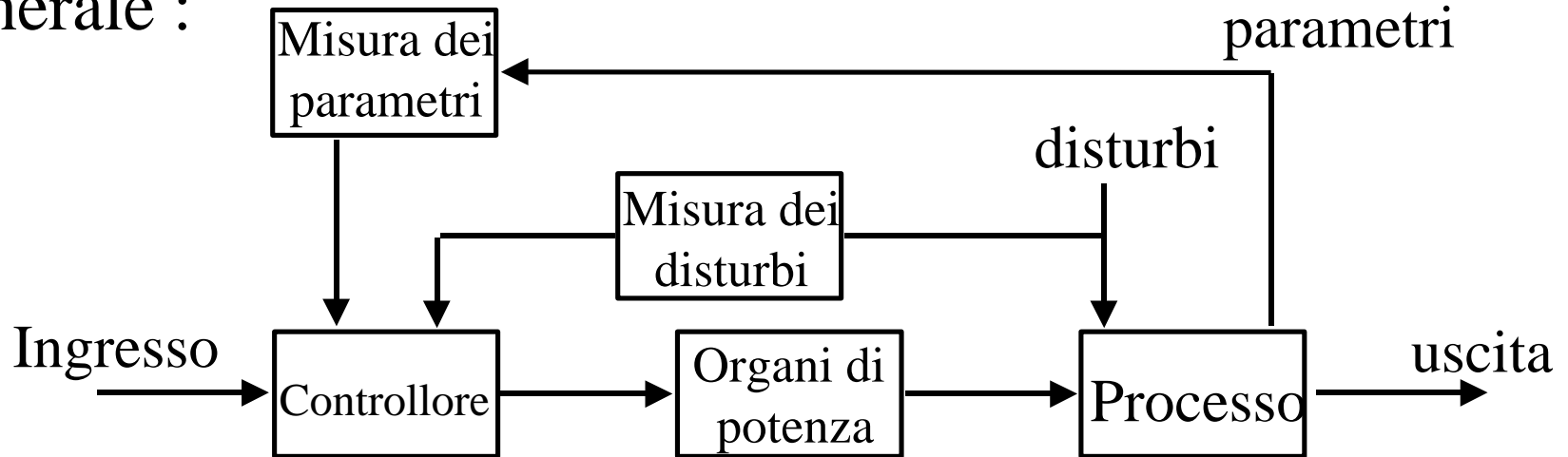


$$y(s) = P(s)u(s) + d(s) - P(s)P^{-1}(s)d(s) = P(s)u(s)$$

La **soluzione** implica :

- accessibilità alla **misura** del **disturbo**
- **fisica realizzabilità** del **controllore**

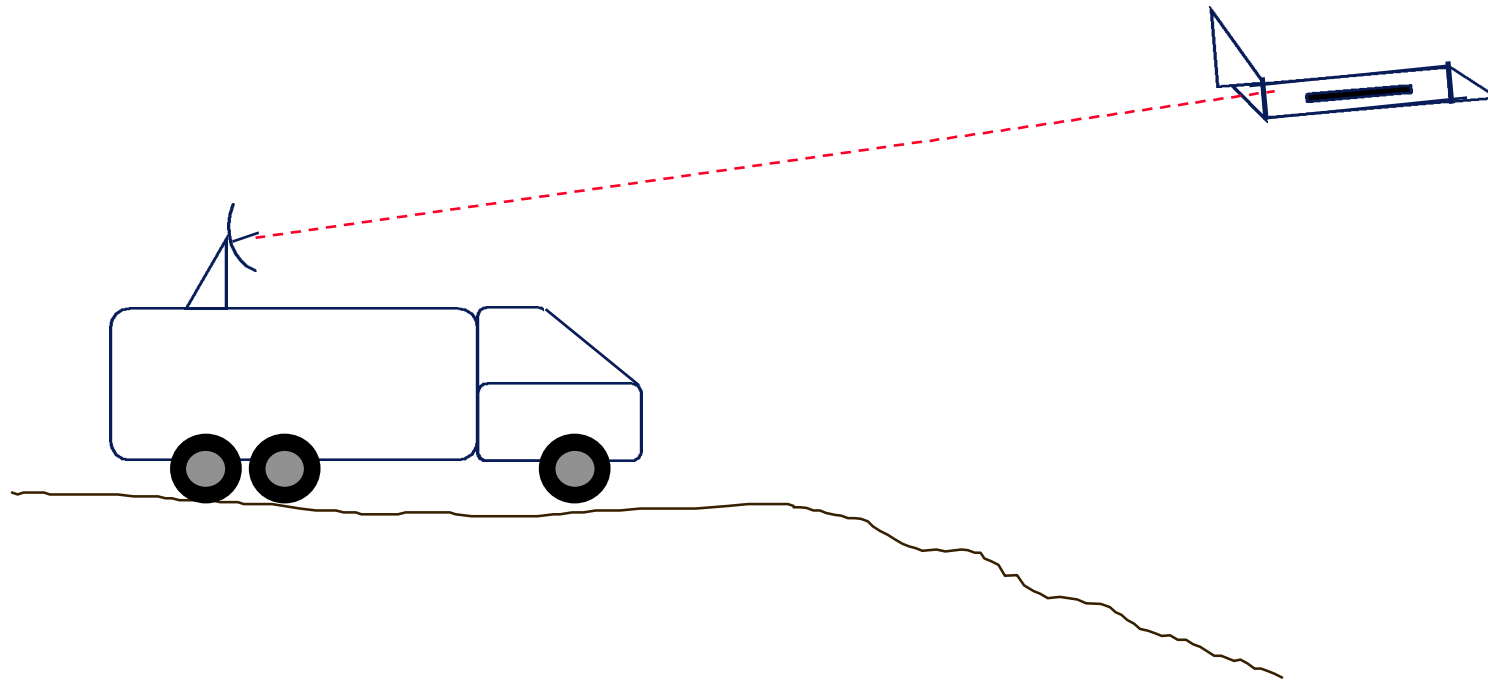
- In generale :



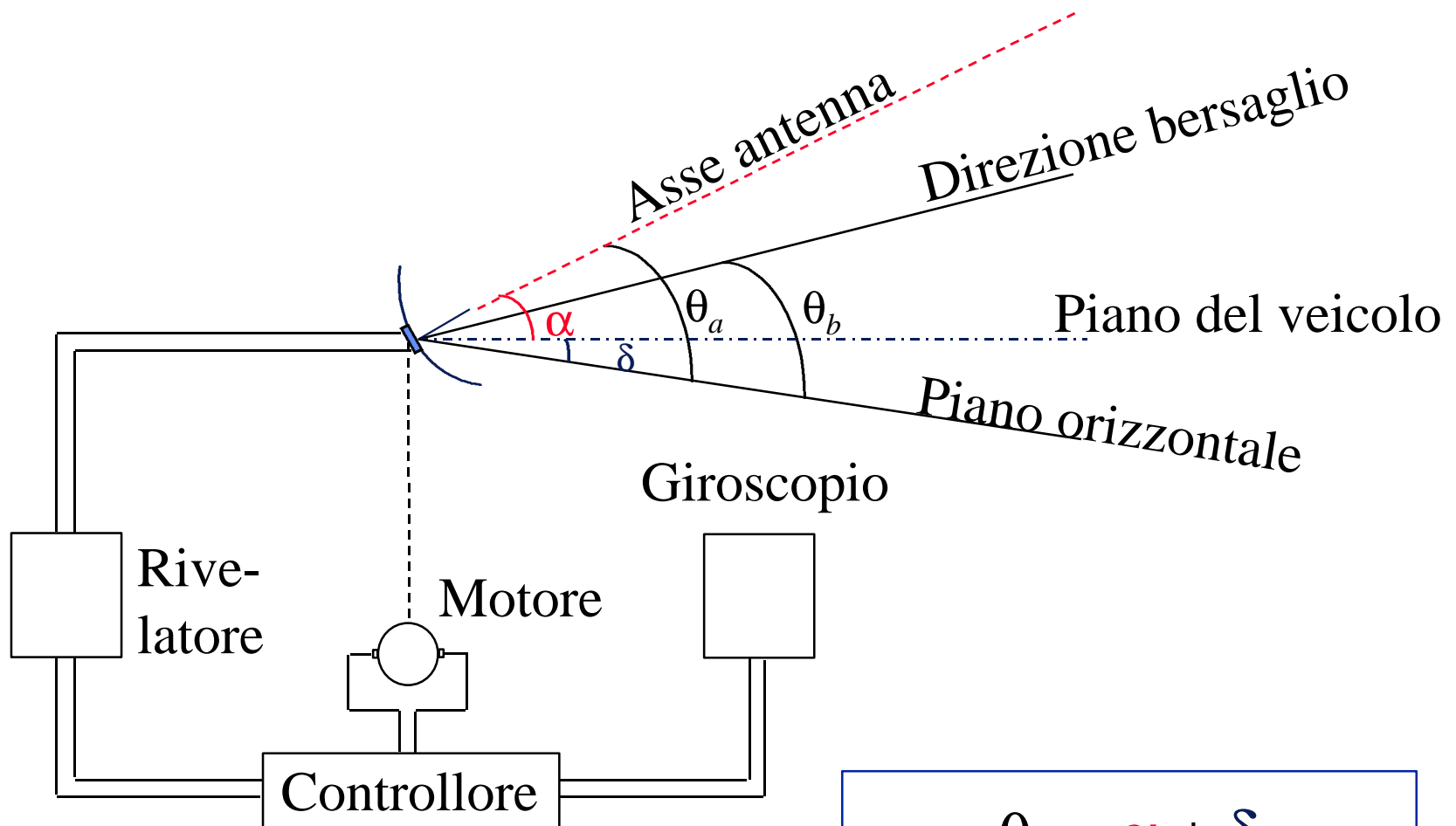
- Il **controllo** in **catena aperta** è soddisfacente se le cause d'**errore** (**variabilità** dei **parametri**, **disturbi**) possono essere **misurate**.
- È del tutto **insoddisfacente** se la **causa non** può essere **misurata** (perchè è costoso, impossibile, perchè è una causa d'errore non prevista).
- In questo caso l'**effetto** del **disturbo** (che quindi non può essere compensato) **si ripercuote** sull'**uscita**

SOLUZIONE PREFERITA: SCHEMA MISTO

Esempio: controllo di **posizione** di un'antenna radar montata su carro in moto su terreno non preparato



Posizionamento sul piano verticale :



$$\theta_a = \alpha + \delta$$
$$\theta_d = \theta_b - \theta_a$$

eco massima : $\theta_d = 0$

Motore a corrente continua, eccitazione indipendente, comandato in corrente su armatura:

$$e_d = K_d (\theta_b - \theta_a)$$

$$i_a = K_a e_d$$

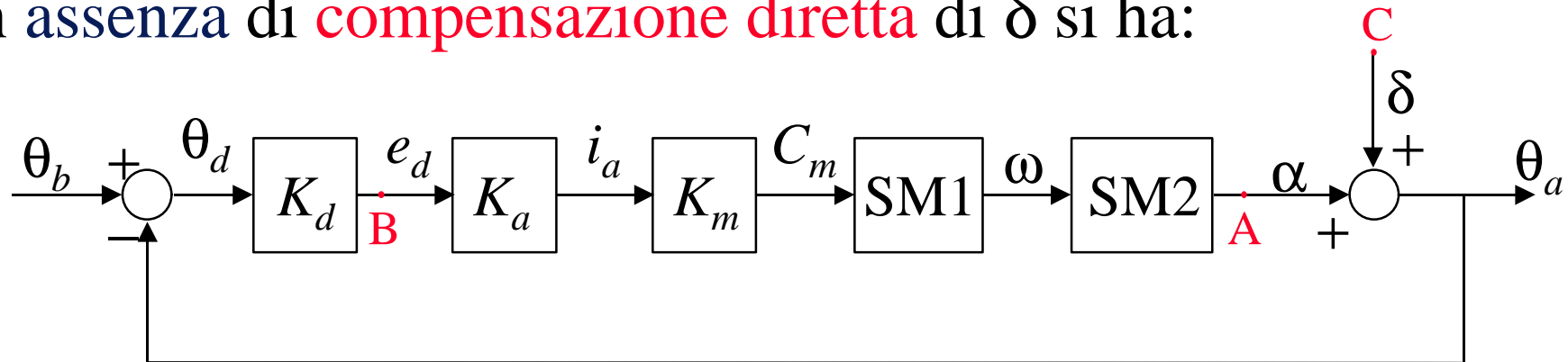
$$C_m = K_m i_a$$

Modello dinamico in **spazio** di **stato** :

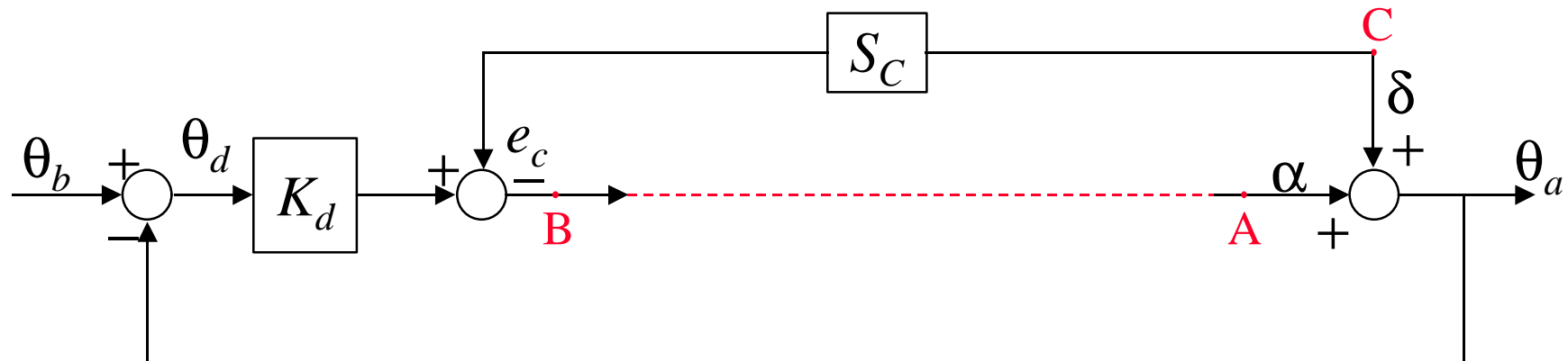
$$x_1 = \omega, \quad x_2 = \alpha$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{F}{J} x_1 + \frac{1}{J} C_m & \text{(SM1)} \\ \dot{x}_2 = \omega & \text{(SM2)} \end{cases}$$

In assenza di **compensazione diretta** di δ si ha:

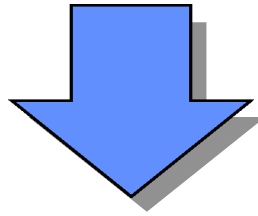


In presenza di **compensazione diretta** di δ si ha:

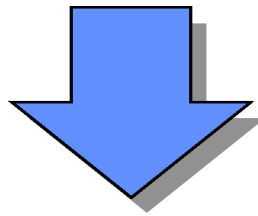


Non si dettaglia per ora la funzione del **compensatore**, che pone **problemi** di **fisica realizzabilità**.

Problemi di controllo a più variabili

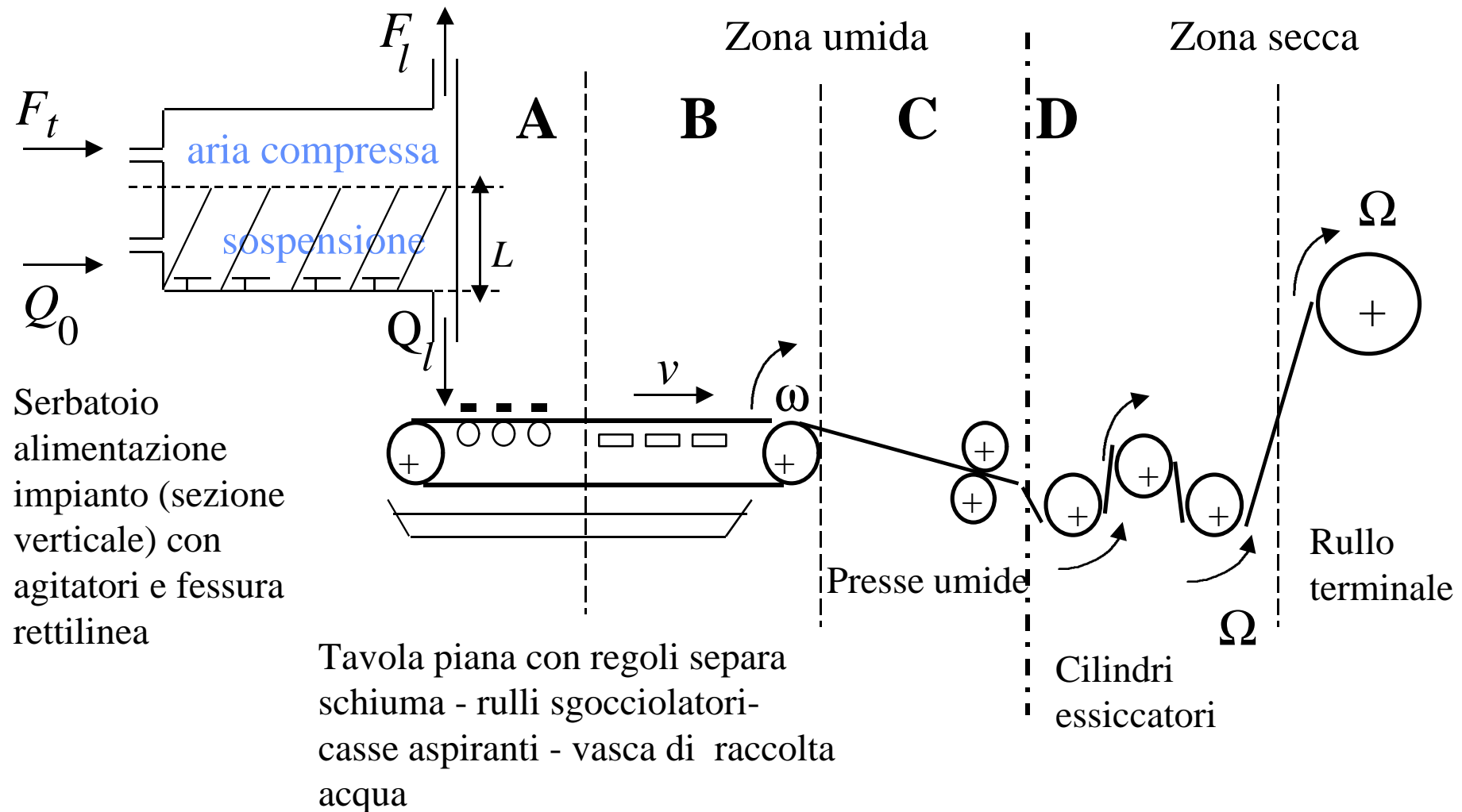


Interazione



Tecniche e metodi specifici

Esempio: controllo della grammatura della carta prodotta con macchina continua



La tavola piana è un nastro di maglia metallica

La sospensione è di polpa di legno (cellulosa) in acqua:

1.5 -7 % in peso

Il caricamento non può avvenire spontaneamente (per gravità), quindi si utilizza l'aria compressa

Nella zona **A** si perde circa un 4% in acqua (rulli)

Nella zona **B** si perde fino al 22% in acqua (casse aspiranti)

Nella zona **C** si perde circa un 22% in acqua (rulli)

In **D** si ha circa un 50% in acqua

$$v = n \cdot l \text{ m/s}$$

$$\omega = 0.8 - 0.9 \text{ } \Omega$$

OBIETTIVO: rendere uniforme e buona la qualità della carta prodotta.

La qualità è definita da grammatura e uniformità di spessore.

La qualità dipende principalmente dal modo di caricamento del nastro della tavola piana \Rightarrow quantità di sospensione deposta per unità di tempo \Rightarrow grammatura (peso per unità di superficie).

Nella zona iniziale del nastro c'è scuotimento \Rightarrow orientazione e distribuzione uniforme delle fibre di cellulosa purché la polpa sia uniformemente distribuita nella sospensione $\Leftrightarrow L$ (livello della sospensione nel serbatoio).

Grandezze controllate: Q_l , L (si ha cioè misura indiretta delle grandezze caratterizzanti la qualità del prodotto)

Grandezze controllanti: Q_0 , F_0

Altre variabili: F_l , M (massa dell'aria nel serbatoio), V (volume dell'aria nel serbatoio), A (area del serbatoio, sotto l'ipotesi di sezione costante), P_i (pressione entro il serbatoio), P_e (pressione all'esterno del serbatoio).

Equazioni costitutive del processo

$$1) \quad A \frac{dL}{dt} = Q_0 - Q_l$$

$$2) \quad \frac{dM}{dt} = F_0 - F_l$$

$$3) \quad Q_l = k_q \sqrt{L + (P_i - P_l)}$$

$$4) \quad F_l = k_f \sqrt{1 - P_l/P_i}$$

$$5) \quad P_i V = k_a M$$

Equazioni non lineari,
linearizzabili intorno ad
un punto di lavoro:

$$\overline{L} \quad \overline{M} \quad \overline{Q_l} \quad \overline{Q_0} \quad \overline{F_l} \quad \overline{F_0} \quad \overline{P_i} \quad \overline{P_e}$$

per piccole variazioni
intorno ad esso

Equazioni linearizzate

$$1) \quad A \frac{dl}{dt} = q_0 - q_l$$

$$2) \quad \frac{dm}{dt} = f_0 - f_l$$

$$3) \quad q_l = \frac{\bar{Q}_l (l + p_i - p_l)}{2\sqrt{\bar{L} + (\bar{P}_i - \bar{P}_l)}} = k_l (l + p_i - p_l)$$

$$4) \quad f_l = k_2 p_i \implies p_i = f_l / k_2$$

$$5) \quad \bar{p}_i \bar{V} - \bar{P}_i \bar{v} = \bar{V} \bar{p}_i - \bar{P}_i \bar{A} l = k_a m$$

Nota: Le variabili indicate con la lettera minuscola rappresentano gli scostamenti rispetto al punto di lavoro

Modello linearizzato in spazio di stato

Introducendo le seguenti variabili:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \\ l \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_0 \\ l_0 \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_l \\ l \end{bmatrix}$$

si ottiene la rappresentazione del sistema linearizzato in **spazio di stato**:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{k_2 k_a}{\bar{V}} & -\frac{k_2 A \bar{P}_i}{\bar{V}} \\ -\frac{k_1 k_a}{A \bar{V}} & -\frac{k_1}{A} \left(1 + \frac{A \bar{P}_i}{\bar{V}} \right) \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{1}{A} & 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} \frac{k_1 k_a}{\bar{V}} & k_1 \left(1 + \frac{A \bar{P}_i}{\bar{V}} \right) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

REALIZZAZIONE DI UN SISTEMA DI CONTROLLO

- * Posizione del problema
- * Sintesi del controllore
- Progetto e realizzazione dei sottosistemi
costituenti il controllore

POSIZIONE DEL PROBLEMA

- Caratterizzazione delle **grandezze** adatte a stimolare il **processo**.
- Individuazione dei **sottosistemi** da manipolare o progettare.
- Definizione delle caratteristiche e delle tolleranze ammesse sui **componenti** del **sistema**

affinché

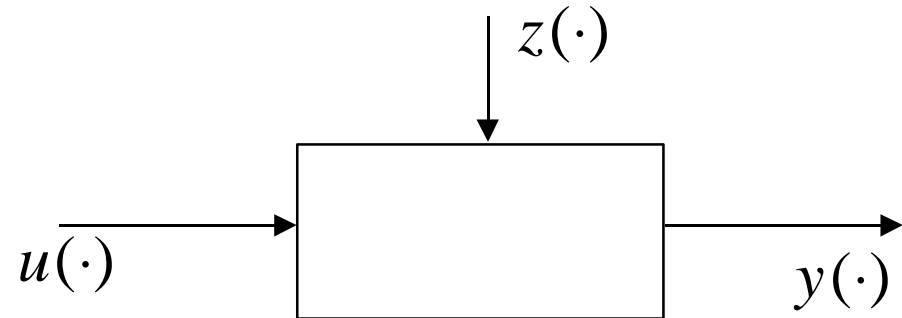
- l'evoluzione temporale dell'**uscita** sia:
 - ✓ **fedele** (entro tolleranze assegnate) all'**ingresso**
fuori tutto assegnato come **riferimento**
 - ✓ non influenzata da **disturbi**
- le precedenti proprietà si conservino anche in presenza di **variazioni parametriche**.

SINTESI DEL CONTROLLORE

- Definizione delle **specifiche** sulla **risposta**
- Definizione delle **relazioni** fra **caratteristiche** dei **sottosistemi** e **caratteristiche** della **risposta**, **sulla** **quale** sono assegnate le **specifiche**.
- Scelta delle **caratteristiche** dei **sottosistemi** da **progettare** e **manipolare** (**SINTESI**).
- **Verifica** del soddisfacimento delle **specifiche** da parte del **sistema complessivo** di **controllo** (**ANALISI**).

MODELLI MATEMATICI

Ipotesi : Sistemi lineari, stazionari, differenziali, di ordine finito.



$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Mz(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + Nz(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = \Phi(t - t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t H(t - \tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t H_z(t - \tau)z(\tau)d\tau \\ y(t) = \Psi(t - t_0)x(t_0) + \int_{t_0}^t W(t - \tau)u(\tau)d\tau + \int_{t_0}^t W_z(t - \tau)z(\tau)d\tau \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(s) = \Phi(s)x(t_0) + H(s)u(s) + H_z(s)z(s) \\ y(s) = \Psi(s)x(t_0) + W(s)u(s) + W_z(s)z(s) \\ x(t_0) = 0 \end{cases}$$

- Il sistema di controllo è interconnesso : ipotesi di separazione.
- Raggiungibilità ed osservabilità del processo.
- Raggiungibilità ed osservabilità del sistema di controllo.

LIMITI DI VALIDITA'

Linearità :

- non vale

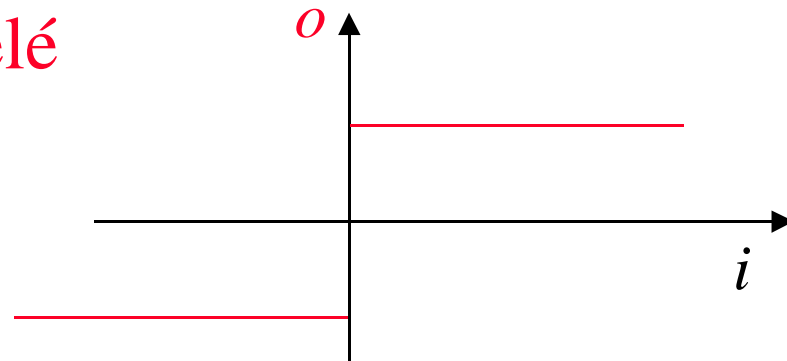
✓ per grandi variazioni

per esempio,

controllo parametrico: $\dot{x}(t) = A[u(t)] \cdot x(t)$

✓ per non linearità che non ammettono studio locale

per esempio, relé



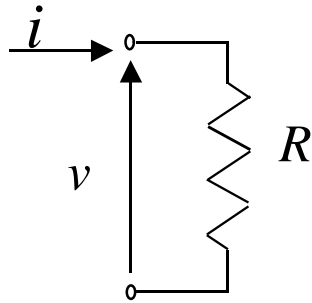
- ha validità limitata

✓ per ridotto isomorfismo al variare dell'ampiezza dei segnali

per esempio, saturazione .

✓ per ridotto isomorfismo al variare della frequenza dei segnali

per esempio, componenti parassiti .



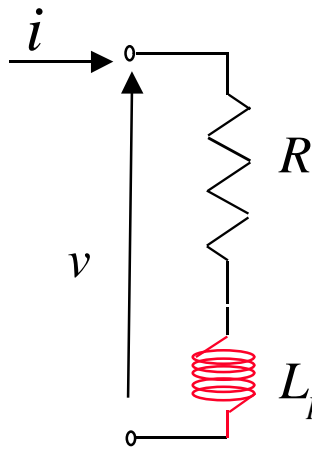
$$u=v$$

$$y=i$$

$$y(t) = \frac{1}{R} u(t)$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{R}$$

legge di Ohm

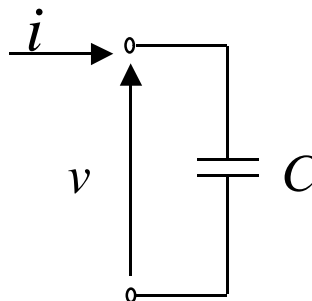


$$L_p \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) = v(t)$$

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{R}{L_p} x + \frac{1}{L_p} u \\ y = x \end{cases}$$

$$W(j\omega) = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{1 + j\omega \frac{L_p}{R}} \approx$$

$$\approx \frac{1}{R} ; \quad \frac{\omega L_p}{R} \ll 1$$



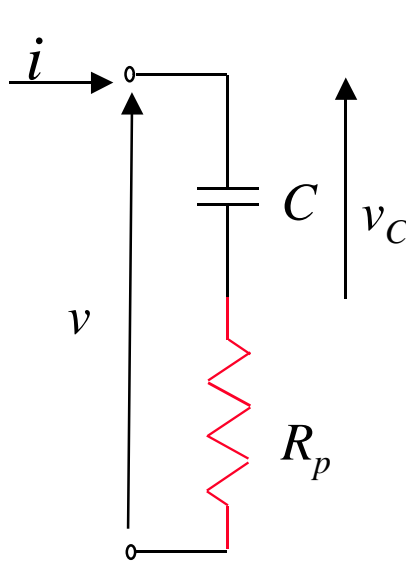
$$u=v$$

$$y=i$$

$$y(t) = C \frac{du(t)}{dt}$$

$$y(s) = sCu(s)$$

$$W(j\omega) = j\omega C$$



$x = v_C$
 $y = i$

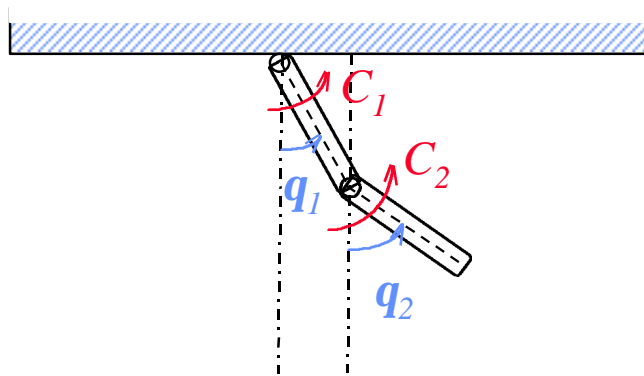
$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1}{RC} x + \frac{1}{RC} u \\ y = -\frac{1}{R} x + \frac{1}{R} u \end{cases}$$

$$W(j\omega) = j\omega C \cdot \frac{1}{1 + j\omega RC} \approx j\omega C \quad ; \quad \omega RC \ll 1$$

- Modelli approssimati **non strettamente propri** o **non propri**.

RAGGIUNGIBILITÀ ED OSSERVABILITÀ DEL PROCESSO

Esempio : Braccio di manipolatore



Ipotesi

- cerniere ideali
- sistema conservativo

Modello matematico (Lagrange, minima azione) :

$$a_{11}\ddot{\theta}_1 + a_{12}\cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_2 = b_{11}\dot{\theta}_2^2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) + b_{12}\sin\theta_1 + C_1 - C_2$$

$$a_{21}\cos(\theta_1 - \theta_2) \cdot \ddot{\theta}_1 + a_{22}\ddot{\theta}_2 = b_{21}\dot{\theta}_1^2 \cdot \sin(\theta_1 - \theta_2) + b_{22}\sin\theta_2 + C_2$$

Condizioni di **equilibrio**:
$$\begin{cases} C_1 = C_2 = 0 \\ \theta_1(0) = \theta_2(0) = 0 \\ \dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0 \end{cases}$$

Modello linearizzato intorno all'**equilibrio**:

$$\ddot{\theta}_1 = a_1 \theta_1 + b_1 (C_1 - C_2)$$

$$\ddot{\theta}_2 = a_2 \theta_2 + b_2 C_2$$

Posto :

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_1 & , \\ x_2 &= \dot{\theta}_1 & , \\ x_3 &= \theta_2 & , \\ x_4 &= \dot{\theta}_2 \end{aligned}$$

- Se C_2 è disattivata , $u = C_1$:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Sistema non raggiungibile :

$$\rho \begin{pmatrix} b & Ab & A^2b & A^3b \end{pmatrix} = \rho \begin{pmatrix} 0 & b_1 & 0 & 0 \\ b_1 & 0 & a_1b_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} < 4$$

- Se C_1 è disattivata , $u = C_2 : \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_1 \\ 0 \\ b_2 \end{bmatrix} u$

Sistema raggiungibile per $a_1 \neq a_2$

$$\rho(b \quad Ab \quad A^2b \quad A^3b) = \rho \begin{pmatrix} 0 & -b_1 & 0 & -a_1b_1 \\ -b_1 & 0 & -a_1b_1 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 & a_2b_2 \\ b_2 & 0 & a_2b_2 & 0 \end{pmatrix} = 4 \Leftrightarrow a_1 \neq a_2$$

- Si può constatare che il **sistema** è
 - ✓ **non osservabile** per $y = \mathbf{q}_1$ ($y = x_1$)
 - ✓ **osservabile** per $y = \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2$, $a_1 \neq a_2$

DUE PAROLE DI STORIA

- **III secolo a.c.** . Regolazione di livello a galleggiante.
- **I secolo a.c.** . Erone di Alessandria : “ Pneumatica ”.
- **XVII secolo d.c.** . Drebbel , Papin , Huygens.
- **1788** . Regolatore di Watt.
- **1868** . Maxwell : “ On governors “.
- **1930** . Hazen, Bode ,
Nyquist, Black,
Sage, Horowitz,
Ragazzini, Franklin,
Jury
- **1958**. Fondazione della **IFAC** .

Teoria classica

Anello di controllo analogi-
co su processi continui.

- 1960. Kalman, Bellman ,
Bucy, Zadeh, Desoer,
principio di Pontryagin

Teoria moderna

Controllo digitale
centralizzato

- 1975.

Controllo distribuito
multi-micro

- 1980. Zadeh, Kaufmann

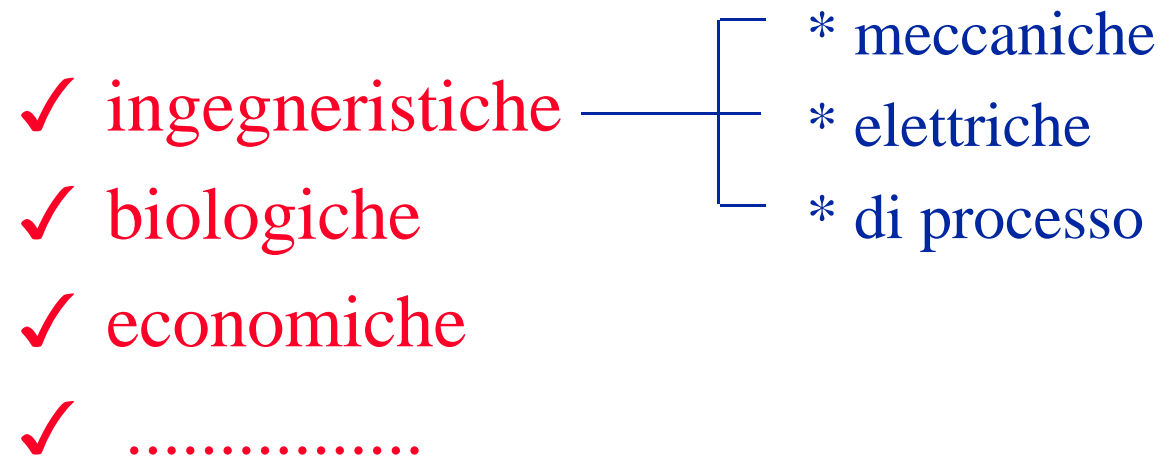
CAD, CA Creation, CA
Decision, Diagnostics,
Management

Nuovi modelli, sistemi complessi

Controllo intelligente (controllo esperto,fuzzy,neural
networks, minima entropia, etc.)

CLASSIFICAZIONE DEI SISTEMI DI CONTROLLO

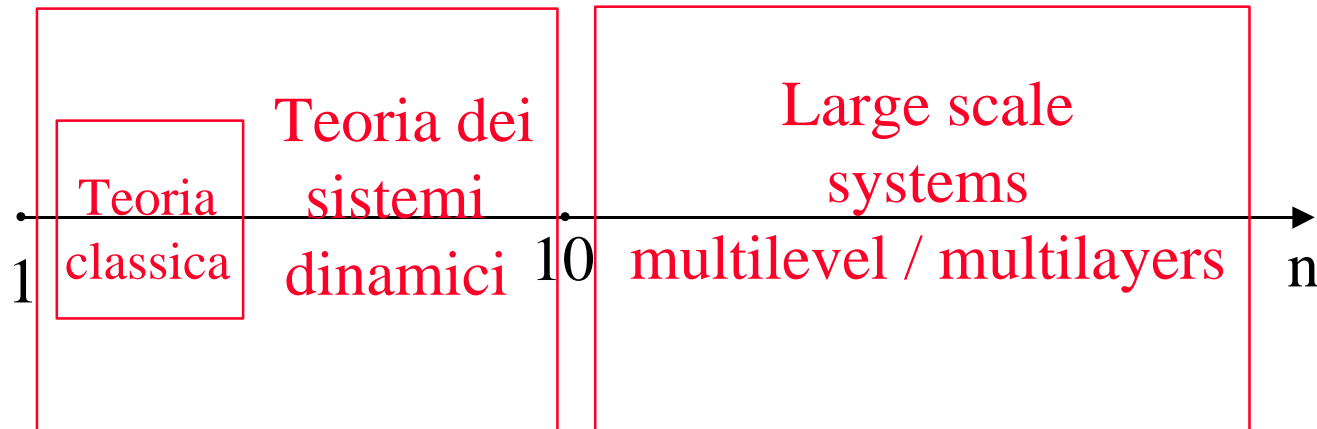
- **Natura** delle grandezze controllate



- **Tipo** di processo controllato

- ✓ controllo di processo
- ✓ controllo cinetico

- **Numero** delle grandezze controllate



- **Andamenti** desiderati
 - ✓ regolazione
 - ✓ asservimento
- **Legame funzionale** desiderato ingresso / uscita
 - ✓ proporzionale
 - ✓ funzionale

Riferimenti

A.Isidori: *Sistemi di controllo*, Ed. Siderea, Cap. I, Cap. II, Cap. III - par. 3.1.