

**ESAME DI GEOMETRIA E ALGEBRA**  
**INGEGNERIA INFORMATICA (PROF. ACCASCINA)**  
**PROVA SCRITTA DEL 22 GENNAIO 2001**  
**Tempo assegnato: 2 ore e 30 minuti**

**PRIMO ESERCIZIO [10 punti]**

Sia dato il sottoinsieme  $A$  di  $\mathbf{N}^3$  così definito:

$$A = \{(x, y, z) \mid x + b = 4z + 5 = 4y + 1, 1 \leq b \leq 2\}$$

Si determini una corrispondenza biunivoca

$$f : N \longrightarrow A$$

e si calcoli  $f(1000)$

N. B.: l'insieme  $\mathbf{N}$  non comprende il numero 0.

**SECONDO ESERCIZIO [10 punti]**

Si determini l'insieme  $V$  delle soluzioni in  $Z_7$  del seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{cases} x + [2]_7 y + [3]_7 z & = [1]_7 \\ [6]_7 x + [5]_7 y + [4]_7 z & = [6]_7 \\ x + y + z & = [1]_7 \end{cases}$$

Dimostrare che  $V$  è una varietà affine dello spazio vettoriale  $Z_7^3$  su  $Z_7$  e calcolarne la dimensione.

**TERZO ESERCIZIO [10 punti]**

Si consideri la matrice a coefficienti reali:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Si determini la forma canonica di Jordan  $J$  di  $A$  e si trovino due matrici invertibili  $M$  tali che  $J = M^{-1}AM$ .
2. Si calcoli  $\log A$ .